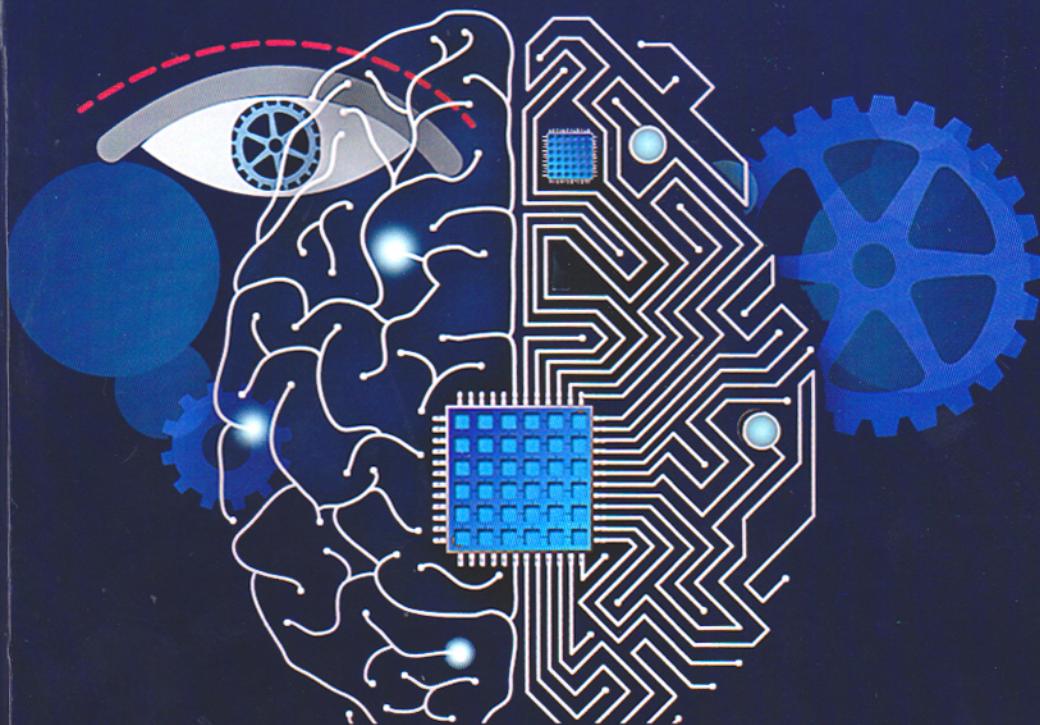


С. В. Иваница



# АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

---

арифметика чисел  
с фиксированной запятой

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

С. В. Иваница

## АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

### АРИФМЕТИКА ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ

Учебное пособие  
для обучающихся образовательных учреждений  
высшего профессионального образования

Научно-технический  
университет  
с научными и практическими  
целями в сфере  
сферах: аэроф.  
92 августа  
2018 года

Донецк  
2018



УДК 004.315+004.222.2(075.8)

ББК 32.973.26-018я73

И19

Рекомендовано Ученым советом

ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет»  
в качестве учебного пособия для обучающихся образовательных учреждений  
высшего профессионального образования  
(Протокол № 5 от 22 июня 2018 г.)

**Рецензенты:**

Аноприенко Александр Яковлевич — председатель Государственного комитета по науке и технологиям Донецкой Народной Республики;

Павлыш Владимир Николаевич — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики ГОУВПО «ДонНТУ».

**Автор:**

Иваница Сергей Васильевич — старший преподаватель, директор Центра информационных компьютерных технологий ГОУВПО «ДонНТУ».

**Иваница С. В.**

И19 Арифметические основы вычислительных систем. Арифметика чисел с фиксированной запятой: учеб. пособие для обучающихся образоват. учреждений высш. проф. образования / С. В. Иваница; ГОУВПО «ДонНТУ». — Донецк: УНИТЕХ, 2018. — 360 с.

ISBN 978-966-8248-85-6

В книге рассматриваются арифметические основы вычислительных систем, оперирующих числами в формате с фиксированной запятой. В рамках данной тематики широко освещены вопросы кодирования чисел, детально рассмотрены преобразования в различные системы счисления, отдельно представлены законы и аппарат алгебры логики, описаны принципы построения ряда логических систем. Вторая часть книги посвящена арифметике над числами с фиксированной запятой, в которой наряду с обширным теоретическим материалом представлен большой набор примеров реализации основных алгоритмов для базовых арифметических операций.

Для специалистов в области вычислительной техники и цифровой автоматики, занимающихся разработкой операционных устройств, а также для аспирантов, магистрантов и студентов соответствующих специальностей вузов.

УДК 004.315+004.222.2(075.8)

ББК 32.973.26-018я73

ISBN 978-966-8248-85-6

© Иваница С. В., 2018

© ГОУВПО «ДонНТУ», 2018

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Введение .....	11
----------------	----

## ГЛАВА 1. СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ.

### СПОСОБЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЦЕЛЫХ И ДРОБНЫХ ЧИСЕЛ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ.....

1.1. Изображения чисел. Системы счисления.....	17
1.1.1. Классификация систем счисления .....	17
1.1.2. Арифметические действия в различных системах счисления .....	23
1.2. Критерии выбора основания системы счисления .....	25
1.3. Перевод чисел из одной системы счисления в другую .....	32
1.3.1. Классические основы перевода чисел из системы счисления с основанием $k_1$ в систему счисления с основанием $k_2$ .....	34
1.3.2. Перевод целых чисел из системы счисления с основанием $k$ в десятичную систему счисления ( $k \rightarrow 10$ ).....	39
1.3.3. Перевод дробных чисел из системы счисления с основанием $k$ в десятичную систему счисления ( $k \rightarrow 10$ ).....	40
1.3.4. Перевод целых чисел из десятичной системы в систему счисления с основанием $k$ ( $10 \rightarrow k$ ) .....	41
1.3.5. Перевод дробных чисел из десятичной системы в систему счисления с основанием $k$ ( $10 \rightarrow k$ ) .....	43
1.3.6. Особенности автоматического перевода из одной системы счисления в другую .....	45

1.4. Разновидности двоичных систем счисления .....	48
1.4.1. Двоично-десятичные системы .....	48
1.4.2. Код Грэя .....	52
1.4.3. Троичная симметричная система.....	55
1.5. Навыки при работе с двоичными цифрами .....	59
1.6. Выводы .....	62
Контрольные вопросы к главе 1.....	65

## ГЛАВА 2. ОСНОВЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ .....67

2.1. Логические функции .....	67
2.1.1. Логические функции одной переменной .....	69
2.1.2. Логические функции двух переменных .....	70
2.1.3. Суперпозиция булевых функций.....	74
2.1.4. Функциональная полнота .....	76
2.1.5. Реализация логических функций .....	81
2.2. Булева алгебра .....	85
2.1.1. Аксиомы булевой алгебры .....	87
2.1.2. Основные теоремы булевой алгебры .....	88
2.3. Методы представления булевых функций.....	97
2.3.1. Табличное и числовое представление булевых функций .....	97
2.3.2. Графическое задание булевых функций .....	101
2.3.3. Кубическое представление булевых функций .....	104
2.3.4. Аналитическое представление булевых функций .....	108
2.4. Многозначные логики.....	115
2.4.1. Троичная логика Лукасевича .....	117
2.4.2. Фундаментальные троичные логические системы .....	120
2.4.3. K-значные логики.....	134
2.4.4..Логика Белнапа.....	140
2.4.5. Тетралогика.....	144
2.4.6. Бесконечнозначные логики .....	159
2.5. Выводы .....	163
Контрольные вопросы к главе 2.....	165

<b>ГЛАВА 3. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ .....</b>	<b>167</b>
3.1. Указание положения запятой. Фиксированная и плавающая запятая .....	167
3.1.1. Фиксированная запятая .....	167
3.1.2. Плавающая запятая .....	170
3.2. Представление положительных и отрицательных чисел в операционном автомате .....	173
3.2.1. Прямой код .....	173
3.2.2. Обратный код .....	175
3.2.3. Дополнительный код .....	177
3.3. Сложение и вычитание чисел со знаком в формате с фиксированной запятой .....	183
3.4. Определение переполнения разрядной сетки при сложении чисел с фиксированной запятой .....	192
3.4.1. Признаки переполнения разрядной сетки.....	192
3.4.2. Модифицированные коды .....	195
3.5. Выводы .....	200
Контрольные вопросы к главе 3.....	202
<b>ГЛАВА 4. ОПЕРАЦИОННЫЕ СХЕМЫ И АЛГОРИТМЫ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ .....</b>	<b>203</b>
4.1. Классификация суммирующих схем .....	203
4.2. Одноразрядные суммирующие схемы.....	205
4.2.1. Четвертьсумматор .....	205
4.2.2. Полусумматор.....	207
4.2.3. Полный одноразрядный сумматор .....	210
4.2.4. Полный одноразрядный сумматор в базисе И-НЕ .....	213
4.3. Реализация многоразрядных сумматоров .....	216

4.3.1. Последовательный многоразрядный сумматор.....	216
4.3.2. Параллельный многоразрядный сумматор .....	218
4.3.3. Ускорение работы параллельного сумматора .....	221
4.3.4. Двоично-десятичный сумматор .....	231
4.3.5. Постбинарные суммирующие компоненты .....	235
4.4. Схемы сложения и вычитания двоичных чисел .....	246
4.4.1. Операционные схемы и микрооперации .....	246
4.4.2. Операционные схемы и микроалгоритмы сложения и вычитания двоичных чисел .....	252
4.5. Сдвиги машинных чисел .....	255
4.5.1. Арифметический сдвиг чисел, представленных в ПК .....	256
4.5.2. Арифметический сдвиг чисел, представленных в ОК .....	257
4.5.3. Арифметический сдвиг чисел, представленных в ДК .....	259
4.6. Выводы .....	260
Контрольные вопросы к главе 4.....	261

## ГЛАВА 5. УМНОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ .....

263

5.1. Общие сведения об умножении чисел.....	263
5.2. Методы умножения двоичных чисел без знака .....	265
5.2.1. Умножение по методу А .....	268
5.2.2. Умножение по методу Б .....	270
5.2.3. Умножение по методу В .....	273
5.2.4. Умножение по методу Г .....	276
5.3. Алгоритмы умножения чисел с фиксированной запятой в прямом коде .....	279
5.4. Алгоритмы умножения чисел с фиксированной запятой в дополнительном коде .....	284
5.4.1. Умножение по методу А чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК .....	285
5.4.2. Умножение по методу Б чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК .....	287

5.4.3. Умножение по методу В чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК.....	295
5.4.4. Умножение по методу Г чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК.....	300
5.5. Выводы .....	302
Контрольные вопросы к главе 5.....	304
<b>ГЛАВА 6. ДЕЛЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ С ФИКСИРОВАННОЙ ЗАПЯТОЙ .....</b>	<b>305</b>
6.1. Общие сведения о делении двоичных чисел .....	305
6.2. Алгоритмы деления чисел с фиксированной запятой, заданных в прямом коде .....	307
6.2.1. Деление по методу А1 чисел с фиксированной запятой, заданных в ПК .....	308
6.2.2. Деление по методу А2 чисел с фиксированной запятой, заданных в ПК .....	315
6.2.3. Деление по методу Б1 чисел с фиксированной запятой, заданных в ПК .....	319
6.2.4. Деление по методу Б2 чисел с фиксированной запятой, заданных в ПК .....	323
6.3. Алгоритмы деления чисел с фиксированной запятой, заданных в дополнительном коде .....	327
6.3.1. Деление по методу А2 (без восстановления остатка) чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК .....	328
6.3.2. Деление по методу Б2 (без восстановления остатка) чисел с фиксированной запятой, заданных в ДК .....	335
6.4. Выводы .....	337
Контрольные вопросы к главе 6.....	340
Заключение .....	341
Список литературы .....	343
Список сокращений .....	353

# Иваница Сергей Васильевич

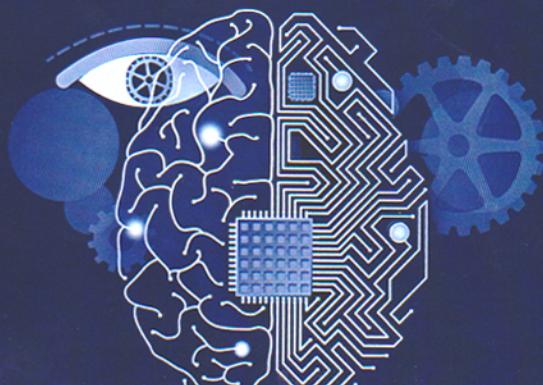
Старший  
преподаватель кафедры  
компьютерной инженерии  
Донецкого национального  
технического университета



В книге рассматриваются арифметические основы вычислительных систем, оперирующих числами в формате с фиксированной запятой.

В рамках данной тематики широко освещены вопросы кодирования чисел, детально рассмотрены преобразования в различные системы счисления, отдельно представлены законы и аппарат алгебры логики, описаны принципы построения ряда логических систем. Вторая часть книги посвящена арифметике над числами с фиксированной запятой, в которой наряду с обширным теоретическим материалом представлен большой набор примеров реализации основных алгоритмов для базовых арифметических операций с фиксированной запятой.

Для специалистов в области вычислительной техники и цифровой автоматики, занимающихся разработкой операционных устройств, а также для аспирантов, магистрантов и студентов соответствующих специальностей вузов.



ГОУВПО «ДонНТУ», 2018